processed for Web publication 2008. First see crucial corrections on last page. Further minor but important corrections of the 1970 text have been indicated by deleting the origin text and putting the replacement text between brackets. Original pagination also between brackets

Abstract: **Natural language and the converses of multilocal relations, by Wim M.J van Binsbergen** (contribution, in Dutch, to the seminar on semantic structures, Institute for General Linguistics, Amsterdam University, November 1970, with a postscript correcting a few errors of formal logic): Especially in relation to the syntactic and semantic analysis of passive constructions, it is promising (as suggested by Bar-Hillel, Staal, Lyons and others) to apply the formal logic of the conversion of relations to natural language. However, although the status of converses of binary relations is well defined, the theory of multilocal relations is still underdeveloped. Taking its lead from basic logical textbooks and Whitehead and Russell's *Principia Mathematica*, the argument attempts to produce some of the relevant theory, and to apply it to a large number of natural-language examples from modern Dutch. In addition to elucidating the formal syntactic description and analysis of passive forms, in the process unexpected logico-mathematical implications of the converses of multilocal relations come in view, and interesting paths for further linguistic research are indicated.

[p. 1]

NATUURLIJKE TAAL EN CONVERSEN VAN MEERPLAATSIGE RELATIES

Bijdrage voor het werkcollege 'semantische structuren'
Instituut voor Algemene taalwetenschap, november 1970.

Wim van Binsbergen

Botterstraat 64,
Amsterdam-Buiksloot.

§ 1. Inleiding

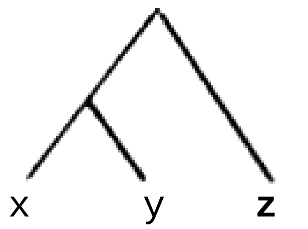
De toepassing van het begrip 'converse' uit de relatiecalculus op de semantische analyse van de natuurlijke taal is zeer recent. Lyons (l968:467v) gaat zeer kort op deze toepassing in, maar geeft geen verwijzingen; evenzo Bar Hillel (l969:8v). In zijn artikel over dit onderwerp verwijst Staal (1967) slechts naar een korte passage bij Lyons (l963), die op zijn beurt weer slechts Leisi (1961) en Webster (l951) aanhaalt; de beide laatstgenoemde werken verwijzen echter niet naar de relatiecalculus. Zowel afgeronde systematische uitwerkingen, als eenvoudige inleidingen ontbreken nog. Bovendien is relatiecalculus geen dagelijks werk voor de meeste mensen die zich met linguïstiek bezighouden

(dit geldt ook voor mijzelf). Vandaar de problemen bij de pogingen van onze werkgroep om de nieuwe theorie zelf toe te passen en verder te ontwikkelen.
Enkele van die problemen zijn de volgende (Werkgroep 1970):

1. Over het converteren van relaties met meer dan twee argumenten bestaat onzekerheid.
2. Toen wij dergelijke conversen op een bepaalde wijze definieerden, schenen in de natuurlijke taal niet alle mogelijke conversen ook werkelijk afgebeeld te zijn.
3. Sommigen van ons waren van mening dat de argumenten binnen een relatie vrij verwisselbaar zijn; wat betekenen dan nog conversen?
4. Sommigen gingen er impliciet vanuit, dat de volgorde van de argumenten binnen een relatie identiek is aan de volgorde van de met die argumenten overeenkomende zinsdelen, binnen een zin van de natuurlijke taal.
5. Punt 3 werd des te belangrijker, omdat sommigen meenden dat sommige argumenten binnen een relatie, gezien de functie van de overeenkomstige zinsdelen in de natuurlijke taal, meer bij elkaar hoorden dan andere.

Bij voorbeeld in de zin:

Jan geeft Piet een boek ....(l)



zou Jan en Piet meer bij elkaar horen dan boek. Men meende dat er een mogelijkheid tot hiërarchisering en oppositie moest zijn, bijvoorbeeld:
die in de relatiecalculus scheen te ontbreken. Men was het er over eens dat (l) kon worden geformaliseerd door:

geven = G (x,y,z)..2)

De voorgestelde, nogal rigoureuse, oplossing om hierin een bepaalde hierar-chisering tussen de argumenten te kunnen aanbrengen, was: te trach-ten een volkomen nieuwe relatiecalculus te ontwerpen, waarin t.a.v. het geordende drietal (x, y, z) dat tot G behoort, zou gelden:

$(x, y, z) \neq (x, (y, z)) \neq ((x, yj, z)$ ....(3).

6. Deze hele problematiek bracht enkelen van ons ertoe te veronderstel-len, dat voor analyse van de natuurlijke taal slechts tweeplaatsige relaties relevant zijn.

Dit stuk is een poging om uit deze problemen een uitweg te vinden vanuit de traditionele relatiecalculus. Het stuk wil echter niet meer zijn dan een snel geschreven discussiestuk, dat op vele plaatsen vraagtekens laat, en op andere misschien onzinnig is.

Het stuk levert slechts een zeer beperkte bijdrage tot ons probleem:

[p. 2]

semantische analyse van de verhouding actief/passief. Het levert een sluitende methode voor conversie van meerplaatsige relaties, bijvoorbeeld die welke afgebeeld worden door zinnen in de natuurlijke taal, en maakt het, t.a.v. natuurlijke taal, mogelijk bepaalde conversen ondubbelzinnig als passiefvorm te identificeren. Maar ik geef met dit stuk geen antwoord op bijvoorbeeld de volgende belangrijke vragen: zijn alle passieve vormen in actieve te converteren(en omgekeerd); en, zo neen, welke andere systematische linguistische verschillen corresponderen dan met dit verschil tussen converteerbaar en niet-converteerbaar? Het is echter zinnig om met deze vragen, en met die welke aan het eind van dit stuk geformuleerd worden, te wachten totdat een oplossing gegeven is voor de hiervoor genoemde problemen.

Inmiddels hebben enige recente rapporten (Werkgroep 1970: Dik, Jansen, Van der Leek) een behandeling van meerplaatsige relaties binnen onze werkgroep des te actueler gemaakt.

Elseliene Vester gaf commentaar bij dit stuk en zal zelf een stuk produceren over enige relevante recente literatuur.

§ 2. In het algemeen over binaire relaties.

Om het volgende betoog in een duidelijk kader te plaatsen, wil ik beginnen met een elementaire bespreking van binaire relaties, ontleend aan Lipschutz (l966:58v; ieder ander inleidend boek zou ook voldoen, bijv. Suppes 1957).

> A binary relation (...) R from a set A to a set B assigns to each (ordered) pair (a, b) in A x B exactly one of the following statements:
>
> 1. a is related to b, aRb. ,
>
> 2. a i* not related to b, a$\not R$b.
>
> Any relation R from a set A to a set B uniquely defines a subset R* of A x B as follows:
>
> R*={(a,b) : a is related to b} = { (a,b): aRb }. *
>
> On the other hand, any subset R of A x B defines a relation R from A to B as follows:
>
> aRb iff (a, b)$\in$R* (iff betekent: indien, en slechts indien)

Daarom:

> A relation R from A to B is a sunset of A x B.

Die subset bestaat uit n geordende paren, n $\geqq$ 1.

> The inverse of R, denoted by if[1], is the relation from B to A which consists of those ordered pairs which when reversed belong to R:
>
> R^{-1}= { (b, a) : (a, b)$\in$ R} .

Dit komt overeen met ons begrip <u>converse</u>, daarom: $R^{-1} = \breve{R}$. De voor ons belangrijkste eigenschap van conversen van binaire relaties vloeit hieruit voort:

$R\ (a, b) = \breve{R}\ (b, a)$.

In het algemeen geldt:

$$R\ (a, b) \neq \breve{R}\ (a, b).$$

Maar:

> A relation R in a set A is called symmetric if whenever aRb then bRa, i.e. iff $(a, b) \in R$ implies $(b, a) \in R$.

Dus: bij symmetrische relatie geldt:

$$R = \breve{R} = R^{-1}.$$

Laat ik hierbij nog een aantal stellingen noemen, die Whitehead & Russell (1925:238) bewijzen en als de belangrijkste naar voren brengen:

> -Any relation P has a converse (31.13).
>
> -Two relations are identical when, and only when, their converses are identical (31.32).
>
> -Any relation is the converse of its converse(31.33).

Deze auteurs voegen hieraan toe:

> -Every relation has one, and only one, converse.

Impliciet schijnen deze stellingen slechts betrekking te hebben op binaire relaties.

§ 3. Meerplaatsige relaties en hun conversen.

Nu kunnen wij ons met meerplaatsige relaties bezighouden. Een n-plaatsige relatie bestaat over een aantal geordende n-tallen, en, zoals Suppes (1957:208) opmerkt,

> We may define ordered triples, and in general ordered n-tuples, in terms of ordered couples, (...) for instance (...):
>
> $$(x\ , y, z) = ((x, y), z)$$

[p. 3]

Een drieplaatsige relatie R(a, b, c) mogen wij dus herschrijven als R(a, (b,c)) en als R ((a,b),c). Of, in het algemeen:

$$R(x_1,x_2,x_3,...x_n) = R(x_1,(x_2,x_3,...x_n)) = R((x_1, x_2),(x_3,...x_n))=$$

$R((x_1,x_2,x_3),(....,x_n)) = R((x_1,x_2,x_3,...),(....\ x_n)) =$
$R((x_1,x_2,x_3,...),x_n)$ ....(4)

Hoe moeten wij nu meerplaatsige relaties converteren? Converteren van meerplaatsige relaties vormt in de logica een nauwelijks ontgonnen terrein. Wij kunnen daarom met recht zelf kiezen uit de volgende mogelijkheden:

1.Naar analogie van de in § 2 behandelde benadering van binaire relaties volgens Lipschutz en volgens Whitehead & Russell definiëren wij de converse van R(a,b,c) als volgt:

$\breve{R}(c,b,a) = R(a,b,c)$,

waarbij dus binnen het geordend drietal de volgorde volkomen wordt omgekeerd. De genoemde stellingen van Whitehead en Russell blijven dan alle geldig.

2.In navolging van Peirce(1965:142v) beschouwen wij alle (afwijkende) permutaties van (a,b,c) in R(a,b,c) als conversen van R. Dit levert op:

$R(a,b,c) = \breve{R}\ (a,c,b) = \breve{R}_2(b,a,c) = \breve{R}_3(b,c,a) = \breve{R}_4(c,a,b) = \breve{R}_5(c,b,a).$

R(a,b,c) heeft dan 5 conversen. Een n-plaatsige relatie heeft er: (n!-1).

3. De derde mogelijkheid is als volgt. Volgens (4) kunnen wij iedere relatie herschrijven als binaire relatie, waarin de argumenten enkelvoudige of samengestelde argumenten zijn. De samengestelde argumenten zijn dan geordende m-tallen ($m \leq n - 1$, volgens (4)). Voor drieplaatsige relaties levert (4) op:

$R(a,b,c) = R_I(a,(b,c)) = R_{II}((a,b),c)$ ....(5)

Bij vierplaatsige relaties krijgen wij, in eerste instantie:

$R(a,b,c,d) = R_I\ (a,\ (b,c,d)) = R_{II}((a,b),(c,d)) = R_{III}((a,b,c),d)$. .. (6)

De geordende drietallen in R_I. en in R_{III} (in (6)) kunnen wij ook weer verder herschrijven:

$R_I(a,(b,c,d)) = R_I(a,(b,(c,d))) = R_I(a,((b,c),d))$..................(7)

$R_{I,II}((a,b,c),d) = R_{III}((a,(b,c)),d) = R_{III}\ (((a,\ b),\ c)\ ,d)$ ....(8)

Op dezelfde manier kunnen wij vijfplaatsige, zesplaatsige, en in het algemeen n-plaatsige relaties herschrijven als nesten van geordende paren. Wij kunnen dan geordende paren beschouwen op diverse niveaus; het aantal dier niveaus is: n-1. Bijvoorbeeld in (7) zien wij alle niveaus door haakjes aangegeven:
Het eerste niveau heeft het geordend paar (a,(b,c,d));
het tweede niveau heeft het geordend paar (b,(c,d)) en het geordend paar ((b,c), d);
het derde niveau heeft het geordend paar (b,c) en het geordend paar (c,d). Hetzelfde kunnen wij laten zien voor (8) ; en voor R_{II} in (6), waar

herschrijving op het eerste niveau reeds een geordend paar oplevert: ((a,b),(c,d) dat niet verder is te herschrijven naar de andere niveaus.

Nogmaals: herschrijven verandert de relatie niet. De haakjes kunnen worden weggenomen, zolang de volgorde der argumenten maar behouden blijft.

De derde methode van converteren bestaat nu hieruit: ik wil van de converse van een relatie spreken als het resultaat van volgorde-omkering binnen één geordend paar op één van de mogelijke niveaus waarop herschrijving [plaatsvindt?] geordende paren laat zien.

Bijvoorbeeld: de conversen van R(a,b,c) in (5) kunnen als volgt gevonden worden:

Eerste niveau: ((a,b),c) wordt (c,(a,b)); ofwel (a,(b,c) wordt ((b,c),a).

Tweede niveau: (a,b) wordt (b,a); (b,c) wordt (c,b).

Conversen zijn dus:

$$\breve{R}_1(c,a,b) = \breve{R}_2(b,c,a) = \breve{R}_3\ (b,a,c) = \breve{R}_4(a,c,b) = R(a,b,c).$$

Deze conversen zijn het resultaat van eenmalige omkering binnen één geordend paar op één der niveaus; ik wil daarom conversen volgens methode 3 directe conversen noemen, Het is opvallend dat volgens methode 3 R(c,b,a) geen directe converse is van R(a,b,c), m.a.w., het is opvallend dat geldt:

$$\breve{R}_5(c,b,a) \neq R(a,b,c).$$

Wel kan gemakkelijk worden aangetoond dat R(c,b,a) een directe converse is van alle vier directe conversen van R(a,b,c); terwijl ook R(a,b,c) zelf steeds een directe converse van zijn directe conversen is. Maar zoals een vierplaatsige relatie vier directe conversen heeft, heeft ook de

[p. 4]

directe converse van een vierplaatsige relatie niet één, maar vier directe conversen. De genoemde stellingen van Whitehead & Russell gaan onder methode 3 dus niet meer op. De directe converse van de directe converse van R kunnen wij noemen de tweevoudige converse van R ($\breve{\breve{R}}$). $\breve{\breve{R}}$(c,b,a) is een tweevoudige converse van R(a,b,c).

Wanneer R(a,b,c) symmetrisch is, geldt (zie § 2): R = $\breve{R}$. Dan vervalt dus liet onderscheid tussen directe en tweevoudige conversen.

Tabel 1 laab zien welke precies de directe conversen van de directe conversen van R(a, b,c) zijn:

$$R(a,b,c)= \left\{ \begin{array}{l} \breve{R}_1(b,a,c) = \breve{\breve{R}}_{11}(b,c,a) = \breve{\breve{R}}_{12}(a,c,b)= \breve{\breve{R}}_{13}(a,b,c)= \breve{\breve{R}}_{14}(c,b,a). \\ \breve{R}_2(c,a,b) = \breve{\breve{R}}_{21}(c,b,a) = \breve{\breve{R}}_{22}(a,b,c)= \breve{\breve{R}}_{23}(a,c,b)= \breve{\breve{R}}_{24}(b,c,a). \\ \breve{R}_3(a,c,b) = \breve{\breve{R}}_{31}(a,b,c) = \breve{\breve{R}}_{32}(c,b,a)= \breve{\breve{R}}_{33}(b,a,c)= \breve{\breve{R}}_{34}(c,a,b). \\ \breve{R}_4(b,c,a) = \breve{\breve{R}}_{41}(b,a,c) = \breve{\breve{R}}_{42}(c,a,b)= \breve{\breve{R}}_{43}(c,b,a)= \breve{\breve{R}}_{44}(a,b,c). \end{array} \right.$$

Tabel 1.

Tabel 1 laat ook zien dat uit iedere directe converse van R(a,b,c) door verdere conversie willekeurig elke andere converse (dezelfde of een andere) gevormd kan worden. In 2/3 van de gevallen kan een bepaalde relatie bereikt worden door directe conversie van een bepaalde andere; in l/3 van de gevallen is tweevoudige conversie nodig. Maar twee stappen zijn steeds genoeg om willekeurig welke relatie in willekeurig welke andere te converteren (volgens methode 3).

Wij zien dat het aantal directe conversen van drieplaatsige relaties, volgens methode 3, kleiner is dan het aantal [onderling verschillende] ~~afwijkende~~ permutaties van drie elementen. Deze discrepantie wordt nog groter wanneer wij methode 3 toepassen op vierplaatsige relaties: R(a,b,c,d). Het aantal [onderling verschillende] ~~afwijkende~~ permutaties van vier elementen is 23. Het aantal directe conversen van it(a,b,c,d) is echter slechts 10:

$$R(a,b,c,d) = \check{R}_1(a,b,c,d) = \check{R}_2(a,c,b,d) = \check{R}_3(a,c,d,b) = \check{R}_4(a,d,b,c) =$$
$$\check{R}_5(b,a,c,d) = \check{R}_6(b,c,a,d) = \check{R}_7(b,c,d,a) = \check{R}_8(c,a,b,d) = \check{R}_9(c,d,a,b) =$$
$$\check{R}_{10}(d,a,b,c).$$

Op dezelfde manier kan worden aangetoond dat een vijfplaatsige relatie R(a,b,c,d,e) 20 directe conversen heeft.

Het verband tussen het aantal argumenten (n), en het aantal directe conversen S_n , volgens methode 3, blijkt uit tabel 2; ter vergelijking is daarin ook opgenomen: n!-1.

n	**S_n**	**n! - 1.**
1	-	0
2	1	1
3	4	5
4	10	23
5	20	119

Tabel ***2.***

S_n als functie van n beantwoordt, althans voor $0 < n \leq 5$, aan de volgende formule:

$$S_n = \binom{N+1}{3} \frac{(n+l)!}{3!\ (n-2)!} = 1/6(n^3-n)....................(9)$$

Ongetwijfeld kan uit de wijzen waarop de geordende n-tallen op de diverse niveaus worden herschreven, en omgedraaid, worden begrepen waarop juist deze formule (9) voldoet, voor de genoemde waarden van n en waarschijnlijk ook voor n>5. Maar ik zie nog niet precies, hoe.

[p. 5]

§ 4. Relaties en natuurlijke taal; twee soorten volgorde

De argumenten in een n-plaatsige relatie vormen een geordend n-tal. De aard van de differentiatie tussen deze argumenten ligt vast door die volgorde? bijvoorbeeld: R(a,b,c). Wanneer die volgorde wordt gewijzigd krijgen wij een andere relatie; bijvoorbeeld R(b,c,a). Tenzij R(a,b,c) symmetrisch is, geldt: R(a,b,c) ≠ R(b,c,a). Door de volgorde is ieder der argumenten in R volstrekt geïdentificeerd.

Wanneer aan de relatie een bepaalde naam en inhoud gegeven wordt, wordt daarmee de 'functie' van ieder der argumenten vastgelegd, bijvoorbeeld beelden wij een n-plaatsige relatie af met een n-dimensionaal assenstelsel, dan verwijst het p-de element in ieder der geordende n-tallen die tot de relatie behoren, steeds naar <u>dezelfde</u> coördinaat-as. (Ik zet hier 'functie' tussen aanhalingstekens, omdat dit begrip hier niet gebruikt wordt in de zelfde betekenis als in de, aan de relatiecalculus nauwverwante, functietheorie).

De relevantie van de relatiecalculus voor de semantische analyse van de natuurlijke taal ligt o.a. hierin, dat wij bepaalde semantische structuren kunnen beschrijven als afbeeldingen van relaties; waarbij een bepaald element in de zin van de natuurlijke taal kan worden geïdentificeerd met een element (argument) in een geordend n-tal dat behoort tot de relatie R. Nu bestaat er voor R minstens éen converse (tenzij n = l): $\breve{R}$, zijnde een andere relatie, met een andere naam, waarin echter dezelfde argumenten voorkomen. Bij een bepaalde (van die in R afwijkende) volgorde der argumenten in $\breve{R}$ kan gelden: R = $\breve{R}$. R is afgebeeld in de natuurlijke taal. $\breve{R}$ heeft (tenzij R symmetrisch is) een <u>andere</u> afbeelding. Wij kunnen nu in de natuurlijke taal zoeken naar woorden, of woordgroenen, die de afbeeldingen zijn van $\breve{R}$. Wanneer wij die vinden, hebben wij de hand gelegd op een systematisch verband tussen verschillende woorden of woordgroepen in de natuurlijke taal - een linguïstisch relevant resultaat.
De elementen in de natuurlijke taal vertonen ook een bepaalde volgorde. Een verschil in volgorde zien wij bijvoorbeeld in de volgende, naar betekenis nagenoeg identieke zinnen:

Jan geeft Piet een boek ....(l0)
Een boek geeft Jan aan Piet ....(11)
Jan geeft een boek aan Piet ....(12)
Aan Piet geeft Jan een boek ....(l3)

Al deze zinnen komen, zij het niet even frequent, in het Nederlands voor. Maar wanneer wij nu (l0) opvatten als afbeelding, in de natuurlijke taal, van de relatie

geven (Jan, Piet, boek)...(l4),

wat doen wij dan met (ll), (l2) en (l3) ? Moeten wij die opvatten als afbeeldingen van conversen,van de relatie(l4) die door (10) wordt afgebeeld? Correspondeert dan respectievelijk (ll), (l2) en (l3) met respectievelijk:

geven (boek, Jan, Piet) ....(l5)
geven (Jan, boek, Piet) ....(16)
geven (Piet, Jan, boek)...(17) ?

Natuurlijk niet! Er is hier nog geen sprake van conversen: de zinnen (10), (11), (l2), (l3) zijn afbeeldingen, in de natuurlijke taal, van eenzelfde relatie, namelijk (l4).

In feite geeft (14) slechts éen van de mogelijke geordende drietallen die behoren tot de relatie:

geven (x,y,z)...(18)

Wanneer (l4) behoort tot (l8), ligt daarmee de 'functie' van de argumenten in (l8) vast: x staat voor 'gever'; y staat voor 'ontvanger'; z staat voor 'gegevene'. Maar wanneer slechts (18) bekend zou zijn, en niet een van de subsets (zoals in (l4)) van de in (18) aangeduide relatie, dan zouden er niet slechts een, maar zes volkomen gelijkwaardige mogelijkheden zijn om de 'functies* 'gegevene', 'gever' en 'ontvanger' toe te wijzen aan de argumenten x, y en z. Tabel 3 geeft deze mogelijkheden (p. 6). Keuze van éen van de mogelijkheden I-VI lijkt volkomen arbitrair (ik kom hierop terug in § 6). Maar gedurende onze gehele analyse moeten wij ons wel zeer consequent aan die keuze houden.

Laten wij, om te beginnen, voor onze verdere analyse mogelijkheid VI kiezen. In (l9):

geven = G(x,y,z)..(l9)

verwijst dan het eerste argument steeds naar de ontvanger, het tweede

[p. 6]

plaats van het argument	I	II	III	IV	V	VI
1 (x)	gever	gever	gegevene	gegevene	ontvanger	ontvanger
2 (y)	gegevene	ontvanger	ontvanger	gever	gever	gegevene
3 (z)	ontvanger	gegevene	gever	ontvanger	gegevene	gever

Tabel 3. Mogelijkheden van 'functie'-distributie

steeds naar het gegevene, het derde steeds naar de gever.

Het zeer fundamentele verschil tussen enerzijds volgorde van argumenten binnen het geordend n-tal dat tot een relatie behoort, en anderzijds volgorde van elementen in een zin van de natuurlijke taal, wordt zo goed geïllustreerd. Er is in het Nederlands geen zin met 'geven', waarin ontvanger, gegevene en gever in die volgorde voorkomen. Toch wordt (l9) gelijkelijk afgebeeld door alle zinnen (l0), (ll), (l2), (l3). En wanneer wij afbeeldingen van conversen van (l9) willen vinden in de natuurlijke taal, moeten wij zoeken naar heel andere zinnen: met dezelfde betekenis als de vier hier genoemde zinnen, maar met een ander predicaat (dat evenzeer van 'geven' verschilt, als het symbool G van het symbool Ğ).

De twee soonten volgorde besproken in deze paragraaf behoren tot een andere orde. Zij zijn onvergelijkbaar, en schijnen niet tot elkaar te herleiden. *Conversen van in de natuurlijke taal afgebeelde relaties laten zich niet vormen door, in die afbeeldingen, de volgorde van de taalelementen te veranderen.*

§ 5. Conversen en natuurlijke taal

Nu door (l9) de 'functie' van de argumenten in hun volgorde vastligt, kunnen wij G converteren volgens een der drie definities van conversen van meerplaatsige relaties (§ 3). Deze drie mogelijkheden zijn alle even goed. Maar nu wij beschouwingen over conversen willen gebruiken om natuurlijke taal te analyseren, is het nuttig om methode 3 te kiezen. De reden hiervoor zal in de loop van deze paragraaf duidelijk worden.

Zoals vaak betoogd, kunnen wij 'geven' in de natuurlijke taal stellen tegenover 'gegeven worden' en tegenover 'krijgen'. Er bestaan zinnen in de natuurlijke taal waarin éen van deze drie werkwoorden voorkomt, en die wij semantisch als nagenoeg identiek mogen beschouwen. Naast (l0), (11), (l2), (13) kunnen wij bijvoorbeeld stellen:

Van Jan krijgt liet een boek ....(20)

Een boek krijgt Piet van Jan ....(21)

Piet krijgt van Jan een boek .... (22),

en

Door Jan wordt aan Piet een boek gegeven ....(23)

Aan Piet wordt door Jan een boek gegeven ....(24)

Een boek wordt door Jan aan Piet gegeven..........................(25)

Kunnen wij nu, abstraherend van de natuurlijke taal,

krijgen = K (...,..., ...)..(26),

en

gegeven worden = W (..., ..., ...) ....(27),

opvatten als conversen van (l9)? En, zo ja, in welke volgorde moeten dan (26) en (27) geplaatst worden de argumenten x, y, en z, corresponderend (onder (l9)), met respectievelijk ontvanger, gegevene, gever? Want nu die volgorde in (19) vastligt, kunnen.wij haar in de conversen van (19) niet meer vrij kiezen, willen oorspronkelijke relatiè en directe converse nog dezelfde betekenis hebben.

Indien wij nu K en W opvatten als conversen van G, dan blijkt dat de conversie steeds slechts twee der drie argumenten treft. Converteren van G naar K doet iets t.a.v. gever en ontvanger, maar niets t.a.v. gegevene. Converteren van G naar W doet iets t.a.v. gegevene en gever, maar niets t.a.v. ontvanger. De volgende paren zinnen illustreren dit:

(z geeft aan x) y : G ....(28a)

(x krijgt van z) y : K ....(28b)

(z geeft y) aan x : G ....(29a)

(y wordt gegeven door z) aan x : W ....(29b)

Hetzelfde principe blijft duidelijk als wij in (28a+b) en (29a+b) de volgorde in de gedeelten tussen haakjes omkeren:

(aan x geeft z) y : G ....(28c)

(van z krijgt x) y : K ....(28d)

(y geeft z) aan x : G ....(29c)

(door z wordt gegeven y) aan x : W ....(29d)

[p. 7]

(ik wil nog opmerken dat in (29c) het gedeelte tussen haakjes weliswaar , [~~on~~]dubbelzinnig zou zijnin (ie natuurlijke taal (: is nu y, of z, de gever?), maar het volstrekt niet is binnen de relatiecalculus: onder (19) liggen immers de 'functies' van y en z vast.)

Hier blijkt het nut van conversie-methode 3. Het verhoogt de toepasbaarheid van de relatiecalculus op de natuurlijke taal, en tevens ons inzicht in die toepassing, wanneer wij in een drieplaatsige relatie, bijvoorbeeld G (x,y,z), eerst het geordend drietal (x,y,z) herschrijven als geordende paren op diverse niveaus, en pas daarna in een geordend paar op een niveau de volgorde omkeren. Het conversieproces is dan in al zijn fasen duidelijk, en blijkt aan te sluiten bij de te beschrijven operaties in de natuurlijke taal,waardoor ook sommige 'functies’ wel, en andere 'functies' niet worden getroffen.

Nu de 'functie' van x, y, en z, in die volgorde, vastligt onder (19), staat ook de volgorde van x, y en z in de conversen K en W, van G, volkomen vast. Namelijk als volgt:

Volgens methode 3 kent G de volgende directe conversen (de haakjes heb ik laten staat, zodat dadelijk gezien kan worden door omkering van welk geordend paar op welk niveau de conversen zijn ontstaan):

$$
G(x,y,c)= \left\{ \begin{array}{ll}
\breve{G}_1((y,x),z) & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (30) \\
G_2(z(x,y)) & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (31) \\
\breve{G}_3(x(z,y)) & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (32) \\
\breve{G}_4((y,z),\ x) & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (33)
\end{array} \right.
$$

Aan W beantwoordt nu die converse, welke het resultaat is van omkeren van een geordend paar (y,z) binnen het geordend drietal (x,y,z). Uit is de converse $\breve{G}_3$(32).

Aan welke converse in de reeks (30), (31), (32), (33) K beantwoordt blijkt echter niet zomaar uit te maken. Zo'n converse zou het resultaat moeten zijn van omkering van een geordend paar (x,y) binnen een geordend drietal (x,y,z); maar zo'n directe converse doet zich nu juist niet voor!

De keuze uit de mogelijkheden I-VI in tabel 3 schijnt 'om een of andere reden' (zie § 6) toch niet zo willekeurig: wij moeten die mogelijkheid kiezen, volgens welke de converse die wij, gezien de natuurlijke taal, intuïtief als <u>directe</u> converse zouden willen beschrijven, ook inderdaad is op te vatten als omkering van éen geordend paar op éen niveau, na herschrijving. Welnu, bij het herschrijven van (a,b,c) volgens (4) komen a en c nooit als geordend paar naar voren.

Laten wij daarom uit tabel 3 die mogelijkheid kiezen, volgens welke enerzijds 'gever' en 'gegevene', anderzijds 'gever' en 'ontvanger', als geordend paar verschijnen bij herschrijven. 'Gever’ figureert dan in twee geordende paren en moet daarom als argument de tweede positie innemen. Wij hebben hier nog slechts de keuze uit IV en V. Laten wij IV nemen (de lezer kan zelf nagaan of V tot hetzelfde resultaat leidt).

Nu geldt dus niet meer (l9), maar in plaats daarvan (34):

geven = G(x,y,z) ....(34),

waarin het eerste argument steeds verwijst naar 'gegevene', het tweede steeds naar 'gever', en het derde steeds naar 'ontvanger'.

Ook (28) en (29) zijn nu niet meer geldig, in plaats daarvan geldt:

(y geeft aan z) x : G ....(35a)

(z krijgt van y) x : K ....(35b),

en

(y geeft x) aan z : G ....(36a)

(x wordt gegeven door y) aan z : W ....(36b)

(Het is onnodig aan te geven hoe (28e+d) en (29c+d) gewijzigd moeten worden onder (34)).

De directe conversen (31), (32), (33), (34) blijven geldig: zij gelden voor iedere R(x,y,z); maar wel hebben nu in deze directe conversen de argumenten een andere functie gekregen. Daarom beantwoordt W nu niet meer aan (32).

Het is duidelijk dat nu K overeenkomt met de converse G□3 (32). Voorts komt W overeen mat converse G□1 (30). Dus onder (34) geldt:

krijgen = K (x,z,y) = G(x,y,z) = geven............................(37),

en

gegeven worden = W(y,x,z) = G(x,y,z) = geven ....(38).

Maar hoe kunnen wij nu de beide overgebleven conversen $\breve{G}_2$ en $\breve{G}_4$, (31) en (33), interpreteren vanuit de natuurlijke taal?

De natuurlijke taal kent, behalve 'gegeven worden' en 'krijgen', nog een andere afbeelding van een converse van 'geven', die wij tot dusver hebben verwaarloosd: 'gekregen worden', of liever: 'ontvangen worden.door (...) van (...)'. Deze omslachtige formulering suggereert een tweevoudige conversie: W/G of G/W. (Het teken / wordt in de relatiecalculus gewoonlijk anders gebruikt, namelijk ter aanduiding van equivalentie —

[p. 8]

klassen van A, zijnde A/R). In de natuurlijke taal heeft dit resultaat van tweevoudige conversie, voor zover ik kan zien, geen minder omslachtige formulering; hoewel, 'overgaan', in:

Er gaat een boek over van Jan op Piet ....(39)

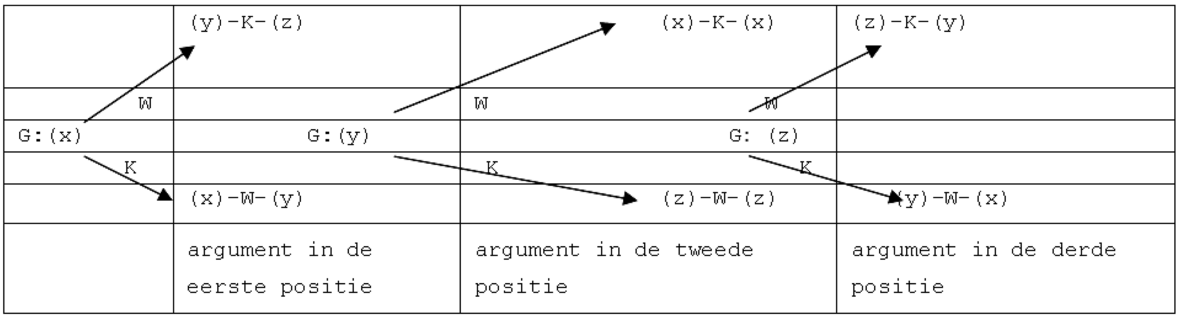
er misschien op lijkt.

Wij moeten nu aantonen dat

ontvangen worden door = H **(**..., ..., ...**)** ....(40)

overeenkomt met de beide (of één van beide) overblijvende conversen (31) en (33). Dit kunnen wij doen door na te gaan, of bij het achtereenvolgens uitvoeren van de conversie W (respectievelijk K) en K (respectievelijk W), uit G de conversen (31) en (33) ontstaan, met juiste volgorde van de argumenten.

Wezenlijk voor conversie is, dat op een bepaalde w:jze sommige argumenten door andere vervangen worden in de positie die zij innemen binnen een geordend n-tal dat behoort tot de relatie; de wijze waarop dit vervangen plaatsvindt ligt vast voor iedere converse afzonderlijk. Wij kunnen nu G(x,y,z) achtereenvolgens de converse W (respectievelijk K) en K (respectievelijk W) doen ondergaan, door in het geordend drietal (x,y,z) de argumenten van plaats te doen verwisselen op de wijze die (37) en (38) aangeven. Wij gebruiken daarbij het volgende diagram:



Het blijkt dat tweevoudige conversie van G volgens achtereenvolgens W (respectievelijk k) en K (respectievelijk W) oplevert:

H (z,x,y)...(41)

en

H (y,z,x) ....(42)

De volgorde der argumenten in (41) en (42) beantwoordt aan die uer beide overgebleven conversen (31) en (33).

Het is duidelijk waarom wij in deze twee gevallen van tweevoudige conversie per geval slechts een, en niet vier conversen vinden. Wij hebben namelijk niet naar alle mogelijke conversen gezocht, maar met opzet uit de vier mogelijk per geval een uitgekozen.

Het is merkwaardig dat, onder (34), $\breve{G}_2$ en $\breve{G}_3$ dezelfde afbeelding hebben in de natuurlijke taal. Verbazingwekkend is het natuurlijk niet, want de afbeelding 'ontvangen worden' in de natuurlijke taal is ook langs twee wegen terug te voeren tot 'geven';

ontvangen worden --- ontvangen --- geven.........................(43),

en

ontvangen worden --- gegeven worden --- geven ....(44).

§ 6. Nadere uitwerking.

Een zeer belangrijke vraag die ik nog niet expliciet eantwoord heb, is: wat dwingt ons nu precies tot het gebruik van mogelijkheid IV (of V) uit tabel 3?

Moet ik misschien mijn stelling herzien dat G(x,y,z) in de natuurlijke taal wordt afgebeeld door 'geven', ongeacht de 'functie* die wij toedelen aan x, respectievelijk y, respectievelijk z, binnen het geordend drietal dat tot G behoort? Wordt de distributie van de functies misschien toch geheel geregeld door de natuurlijke taal? Dat zou de bruikbaarheid van de hier gevolgde aanpak ernstig afbreuk doen.

De oplossing van deze moeilijkheid is echter eigenlijk al in het voorgaande gegeven.

Mijn analyse laat zeen dat er verschillende punten van vrije keuze zijn in deze benadering:

1. De keuze van G = geven (..., ..., ...) als oorspronkelijke relatie.
2. De distributie van de 'functies' 'gever', 'gegevene' en 'ontvanger' over de geordende argumenten in G (tabel 3).
3. De keuze van bijvoorbeeld W = gegeven worden (..., ..., ...),

K = krijgen (..., ..., ...) en H = ontvangen worden (..., ..., ...) als hetzij directe, hetzij tweevoudige conversen van G.

Een vierde keuzemogelijkheid ligt dan nog in de definitie van 'converse' [d.w.z. de specifieke procedure om conversen te produceren]; in mijn analyse heb ik gekozen voor methode 3.

De oplossin:! van de hier gerezen moeilijkheid ligt nu hierin, dat wanneer men punt 1 en 2 vrij kiest, punt 3 bepaald is; en wanneer men punt 1 en punt 3 vrij kiest, punt 2 bepaald is. De oorsprong van de moeilijkheid

[p. 9]

om K onder (19) als directe converse te kunnen interpreteren, ligt hierin, dat wij impliciet K kozen als directe converse van G; terwijl, na de keuze op punt 1 (G als oorspronkelijke relatie) en op punt 2 (distributie-mogelijkheid VI), er voor punt 3 niets meer te kiezen overbleef: K kon nog slechts een tweevoudige converse van G zijn.

punt 1: de oorspronkelijke relatie	punt 2: de distributie-mogelijkheden volgens tabel 3	punt 3: ff, K en 11 als directe (+) dan wel tweevoudige (++) converse van G.		
		W	K	H
geven = G(x,y,z)	I	+	++	+
	II	++	+	+
	III	++	+	+
	IV	+	+	++
	V	+	+	++
	VI	+	++	+

Tabel 4. Keuzemogelijkheden bij drieplaatsige relaties

Tabel 4 laat zien, hoe bij keuze van punt 1 en punt 2 (tabel 3), punt 3 vastligt, enz.

(Aan de hand van analyses van het type (28), (29), (35), (36) kan de lezer zelf vinden welke volgorde de argumenten moeten hebben in W, K, en H, bij een bepaalde distributie-mogelijkheid, en voor zover men wil dat G = W = K = H.)

Deze tabel is als volgt berekend. W (..., ..., ...) kan worden opgevat als directe converse van G(x,y,z) indien in W de 'functies' zodanig over de geordende argumenten gedistribueerd zijn, dat éen omkering op éen niveau, en wel tussen de argumenten met 'functie' 'gever' respectievelijk 'gegevene', G oplevert. Dit is het geval voor distributieraogelijkheden I, IV, V en VI, en niet voor II en III. Bij II en III zijn namelijk 'gever' en 'gegevene': x (respectievelijk z) en z (respectievelijk ~~[z]~~ x); en deze verschijnen na herschrijven volgens (4) nooit als geordend paar. Op dezelfde wijze werd de berekening uitgevoerd voor K. Ons resultaat dat bij distributiemogelijkheid VI V en K niet allebei directe conversen kunnen zijn van G, en wel bij IV (en V), wordt in tabel 4 systematisch bevestigd. Kolom H werd berekend door converse W op K toe te passen, op de wijze die leidde tot (41) en (42). II blijkt inderdaad een tweevoudige converse te zijn van G onder IV (en V). Maar onder I, II, III, en VI is H een directe converse van G. Omgekeerd geldt: indien wij H kiezen als tweevoudige converse (punt 3) van de oorspronkelijke relatie G (punt l), dan móeten wij als de distributie der 'functies' kiezen: IV of V.

Bij deze aanpak blijkt tevens hoe willekeurig het is om G als oorspronkelijke relatie te kiezen. Wij kunnen mot evenveel recht W, K, H of misschien nog andere relaties (vgl.(39)?) kiezen. Al naar gelang wij dan keuzen doen op punt 2 respectievelijk punt 3, is punt 3 respectievelijk punt 2 bepaald. Analoog aan tabel 4 zouden wij tabellen kunnen maken met W, K of H als keuze onder punt 1.

Het is echter niet ondenkbaar dat voor bepaalde typen van linguïstische analyse een bepaalde keuze t.a.v. punt 1 te preferen is. Het voordeel met name van de keuze van 'geven' op punt 1 en van mogelijkheid IV op punt 2, in § 5, was dat het resultaat (:(37), (38), (41), (42)) overeenkwam met onze intuïtieve noties over het primaire dan wel secundaire karakter van de diverse werkwoorden t.o.v. elkaar. Vergeleken met 'gegeven worden' zouden wij 'geven' graag als meer primair zien} en dat resultaat levert onze keuze inderdaad op. Maar deze overwegingen leiden niet erg ver. Want is bijvoorbeeld 'krijgen' intuïtief minder primair dan 'geven'? Toch kunnen niet 'geven' en 'krijgen' tegelijk oorspronkelijke relatie zijn.

§ 7. Conclusie en punten voor nader onderzoek.

Hiermee heb ik aangetoond, tenminste voor éen voorbeeld ('geven'), dat al!e conversen van drieplaatsige relaties (mits gedefinieerd volgens conversiemethode 3 van § 3), die op grond van de relatiecalculus verwacht konden worden, in de natuurlijke taal (het Nederlands) ook inderdaad gerealiseerd zijn.

[p. 10]

Daartoe werd een ondubbelzinnige methode voor converteren van drieplaatsige relaties gedefinieerd, die in principe ook toepasbaar is voor relaties met één, twee, vier of meer argumenten.

Door het fundamentele principe van volgorde binnen de geordende n-tallen die tot een n-plaatsige relatie behoren, blijken de argumenten binnen n-plaatsige relaties afdoende te zijn onderscheiden ten opzichte van elkaar. Bij een bepaalde converse hoort een zeer bepaalde verandering in die volgorde, indien men wil dat nog geldt: $R = \check{R}$. Wanneer in de oorspronkelijke relatie eenmaal bepaalde ‘functies’ (verwijzend naar de natuurlijke taal) aan de argumenten zijn toebedeeld, liggen ook de •functies' van de argumenten, in hun bepaaide volgorde, binnen de conversen vast. Daarom behoeven wij geen, aan de relatiecalculus vreemde, hiërarchische structuur te gaan ontwerpen, in tegenstelling tot het voorstel dat in de inleiding besproken werd (§ 1, onder punt 5). Het herschrijven van het geordend n-tal van argumenten, in een n-plaatsige relatie, als op n - 1 niveaus geneste geordende paren (volgens (4)), is enerzijds binnen de relatiecalculus volkomen geoorloofd (per definitie), anderzijds correspondeert juist dit principe met de linguïstische wens om, vanuit een bepaald gezichtspunt, sommige argumenten meer met elkaar verbonden te achten dan andere.

Dat alle geordende n-tallen te schrijven zijn als samengestelde geordende paren, verwijst naar de definitie van deze logische begrippenj en vormt volstrekt geen reden om verschijnselen in de natuurlijke taal slechts vanuit het gezichtspunt van tweeplaatsige relaties te analyseren - laat staan om te veronderstellen dat in de natuurlijke taal niets voorkomt dat vruchtbaar geanalyseerd kan worden vanuit het gezichtspunt van meerplaatsige relaties. Zoals ook Bierwisch (l969:l58) opmerkt:

> 'Since it is not a priori clear whether only one-place and two-place predicates are required as basic semantic elements, it is necessary to allow for the occurence of k-place predicates in semantic representations.'

Terwijl de voorgaande analyse wellicht de stelling kan helpen ondersteunen dat analyse van natuurlijke taal vanuit het begrip 'converse' vruchtbaar is, is mijn analyse als zodanig nog nauwelijks taalwetenschap; de reeds genoemde rapporten van Dik en Jansen kunnen ons echter helpen om van beschouwingen over conversen taalwetenschap te maken.

Ik wil nu dit stuk besluiten met enige vragen die misschien aanknopingspunten bieden voor verder onderzoek.

1.Is de hier geboden methode op nog meer gevallen in de natuurlijke taal toepasbaar dan alleen 'geven'?

2.Welke mogelijkheden en moeilijkneden biedt deze methode voor relaties met vier of meer argumenten?

3.Is misschien een relevant verschil tussen K en W in de onderhavige analyse, dat K afgebeeld wordt in de natuurlijke taal door een apart, zelfstandig werkwoord, terwijl W wordt afgebeeld door hulpwerkwoord ‘worden’ plus voltooid deelwoord van een zelfstandig werkwoord? In de natuurlijke taal bevat 'wordt gegeven’ veel explietéter dan 'krijgen' een verwijzing naar de conversie-operatie: in de vorm van het hulpwerkwoord. Wij hebben hier 'gegeven worden' als aparte converse gesteld naar 'krijgen' en 'geven'. Is het nu misschien zinnig te onderscheiden tussen enerzijds die conversen die in de natuurlijke taal door een apart woord worden uitgedrukt (bijvoorbeeld: 'krijgen' naast: 'geven'), en anderzijds die conversen die in de natuurlijke taal niet een volkomen eigen uitdrukking hebben, maar er voorkomen als: 'de oorspronkelijke relatie (bijvoorueeld: 'geven') plus de opdracht: ‘converteer zodanig dat de argumenten overeenkomend met bepaalde 'functies' (hier: die van'gever’ en van 'gegevene’) verwisseld worden’. Kunnen wij deze opdracht, die mutatis mutandis voor vele andere werkwoorden gegeven wordt door de passief-vorm, een algemene gedaante geven in het kader van de in dit stuk gevolgde henadering? Levert dat ons meer inzicht op in de verhouding actief/passief? Zijn er in de natuurlijke taal werkwoorden, corresponderend met relaties waarvan slechts bepaalde conversen afgebeeld zijn (bijvoorbeeld: die leidend tot een passieve vorm), waarbij dus afbeeldingen ontbreken van andere mogelijke conversen van hetzelfde werkwoord (bijvoorbeeld: die leidend tot een niet-passieve vorm, van een ander werkwoord dan het oorspronkelijke: ‘krijgen’, naast 'geven’)? Indien dergelijke werkwoorden bestaan, welke kenmerken hebben zij dan verder gemeen?

4.Wat is de betekenis van het hegrip 'symmetrische relatie' voor analyse van de natuurlijke taal?

5.Is het een nuttig uitgangspunt (vgl. Werkgroep 1970: Dik, p. 16) een bepaalde vorm in de natuurlijke taal altijd te beschouwen als afbeelding
[p. 11]
van een relatie met, een invariabel aantal argumenten? Vergelijk bijvoorbeeld:

Jan eet en straks gaat hij spelen .... (45)

en

Jan eet een appel . ... (46)

In (46) is eet de afbeelding van een tweeplaatsige relatie:

eten = E(a,b) .... (47),

waarin een der argumenten de 'functie' van 'eter', het andere de functie van 'gegetene' representeert. Maar (45) lijkt mij eerder de afbeelding van

eten' = E'(a), ... (48)

waarin het, enige, argument de 'functie' van 'eter' representeert. Is dit, misschien een nuttiger benadering dan (zoals Dik) (45) te beschouwen als:

eten = E(a,∅) .... (49).

Wanneer wij kiezen voor (48), dan betekent dat dat ieder geïsoleerd werkwoord in de natuurlijke taal afbeelding zou kunnen zijn van enige, weliswaar verwante, relaties met verschillende aantallen argumenten. Bovenstaand voorbeeld laat zien hoe een werkwoord dat (althans volgens Dik) transitief is, in bepaalde gevallen ook als intransitief kan worden opgevat. Het omgekeerde doet zich ook voor, bijvoorbeeld als wij de volgende reeksen zinnen vergelijken:

Jan speelt op straat .... (50a)

Jan speelt Monopoly .... (50b)

Dit spel wordt door Jan niet gespeeld .... (50c)

De kinderen zwenmen in het zwembad .... (5la)

De kinderen zwemmen een baantje .... (51b)

De badmeester zei: er wordt door iedereen nog een baantje gezwommen, en daarna aankleden! .... (51c)

Spelen en zwemmen doen zich in eerste instantie voor als intransitief, maar blijken toch ook voor te komen in vormen die sterk transitief aandoen.

6. In hoeverre leveren in het Nederlands de woorden 'er' en 'men' passende aanvullende mogelijkheden om conversen af te beelden in de natuurlijke taal? Zijn er typen werkwoorden waarvoor conversen niet anders dan met 'men' of 'er' afgebeeld kunnen worden? Waarom?

7. In hoeverre maken punt 5 en punt 6 het mogelijk om toch in de natuurlijke taal afbeeldingen van conversen te vinden in de volgende gevallen: passieve zinnen zonder door-bepaling; actieve zinnen zonder expliciet object(bijvooroeeld: (45), (50a).)

Bibliografie.

Bar Hillel, Y., 1969, ‘Universal semantics and philosophy of language: quanderies and prospects’, in: Puhvel, J., ed., *Substance and structure of language*, Berkeley & Los Angeles, p. 1-21.

Bierwisch, M., 1969, ‘On certain problems of semantic representations’, in: *Foundations of Language* 5:153-84.
Leisi, E., 1961, *Der Wortinhalt, seine Struktur im Deutschen und Englischen*,Heidelberg (2e druk).
Lipschutz, S., 1966, *Theory and problems of finite mathematics*, New York.
Lyons, J., 1963, *Structural semantics: an analysis of part of the vocabulary of Plato*, Oxford
Lyons, J., 1968, *Introduction to theoretical linguistics*, Cambridge (l969 herdruk).
Peirce, C.S., 1965, *Collected papers of C.S. Peirce*, Hartshorne, C., & Weiss, P., eds., *Book III*, Cambridge (Mass.) (3e druk).
Staal, J.E., 1967, ‘Some semantic relations between sentoids’, in: *Foundations of Language* 3:66-88.
Suppes, P., 1957, *Introduction to logic*, Princeton (N.J.).
Webster's dictionary of synonyms (introductory matter), 1951, Springfield (Mass.).
Verkgroep 1970: gestencilde rapporten geproduceerd in het Kader van het werkcollege 'semantische structuren', Instituut voor Algemene Taalwetenschap! o.a. Dik (10.11.1970), Jansen (nov.1970), Van der Leek (26. 10. 1970),
Whitehead, A.N., & Russell, B., 1925, *Principia mathematica vol. I*, Cambridge (2e editie, 1950 herdruk).

AANVULLING OP:
NATUURLIJKE TAAL CONVERSEN VAN MEERPLAATSIGE RELATIES
(werkcollege semantische structuren)

Wim van Binsbergen, januari 1971

In bovengenoemd stuk zijn enige logische onjuistheden aan te wijzen, die ik hier in het kort wil verbeteren. De heer E. Krabbe (instituut voor Grondslagenonderzoek) was zo vriendelijk ze voor mij op te sporen. In een veel vroeger stadium (nl. vóór ik het stuk schreef) waren ook twee andere medewerkers van dit Instituut mij behulpzaam: Mevr. E.M. Barth en de Heer P. Doets. De fouten zijn echter geheel voor mijn rekeninG.

1. Op de meeste plaatsen waar in de tekst gelijkheid (=) staat, moet staan equivalentie (≡).

2. Formule 4 op p. 3 is onjuist. R(a,b,c) is gedefinieerd ofwel als R((a,b),c) ofwel als R(a,(b,c)) maar niet allebei tegelijk. Fundamenteel voor geordende paren is namelijk:

$$((x,y)=(z,w)) \equiv ((x=z \ \& \ y=w))$$

Toegepast op

$$((a,b),c) = (a,(b, c))$$

zou dan moeten gelden:

$$(a,b) = a,$$

en

$$c = (b,c),$$

wat beide onzin is. Aangezien (4) fundamenteel is voor het hele betoog, lijkt dit rampzalig. Toch kan de moeilijkheid overwonnen worden, door bij een relatie een aantal geassocieerde relaties te definiëren, en vervolgens conversen te definiëren als resultaat van omkering van argumenten binnen deze geassocieerde relaties. Beperken wij ons tot drieplaatsige relaties, dan kunnen wij bij $R(x_1,x_2,x_3)$ de volgende geassocieerde relaties definiëren:

$$R_I(x,y) =_{def} (\exists\, x_2,x_3) \ [\ (y = (x_2,x_3)) \ \& \ R(x,x_2,x_3) \ ]$$

$$R_{II} (x,y) =_{def} (\exists\, x_1,x_2) \ [\ (x = (x_1,x_2)) \ \& \ R(x_1,x_2,y) \ ]$$

Vervolgens definiëren wij, volgens de derde methode van p.3, een directe converse van $R(x_1,x_2,x_3)$ als het resultaat van een der mogelijke eenmalige volgorde-omkoringen binnen de geassocieerde relaties R_I en R_{II}:

Eerste niveau

$\breve{R}_1 = \{ (y,x) \mid (x,y) \in R_I\}$ Dus: $\breve{R}_1 = (x_2,x_3,x_1)$

$\breve{R}_2 = \{ (y,x) \mid (x,y) \in R_{II}\}$ Dus: $\breve{R}_2 = (x_3,x_1,x_2)$

Tweede niveau

$\breve{R}_3 = \{ (x_1,x_3,x_2) \mid ((x_2,x_3)=y) \;\&\; R_I\,(x,y)\}$

$\breve{R}_4 = \{ (x_2,x_1,x_3) \mid ((x_1,x_2)=x) \;\&\; R_{II}\,(x,y)\}$

Nu geldt:

$$R(x_1,x_2,x_3) \equiv \breve{R}_1(x_2,x_3,x_1) \equiv \breve{R}_2\,(x_3,x_1,x_2) \equiv \breve{R}_3(x_1,x_3,x_2) \equiv \breve{R}_4(x_2,x_1,x_3)$$

Op analoge wijze komen wij aan de directe conversen voor vier- en meerplaatsige relaties. Het aantal directe conversen bij n-plaatsige relaties beantwoordt, zoals door inductie blijkt te kunnen worden bewezen, inderdaad aan (9) op p. 4.

Voor zover de logica aangaat, kunnen § 4 t.m. § 7 vrijwel ongewijzigd blijven.